



TITLE:

樟脳粒の集団に現れる時空間パターン (集団ダイナミクスに現れる時空間パターンの数理)

AUTHOR(S):

末松, 信彦 J.

CITATION:

末松, 信彦 J.. 樟脳粒の集団に現れる時空間パターン (集団ダイナミクスに現れる時空間パターンの数理). 数理解析研究所講究録 2018, 2063: 15-29

ISSUE DATE:

2018-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/241880>

RIGHT:

樟脳粒の集団に現れる時空間パターン

末松 J. 信彦 *

明治大学 総合数理学部 現象数理学科
明治大学先端数理科学インスティテュート (MIMS)

Nobuhiko J. Suematsu
Department of Mathematical Sciences Based on Modeling and Analysis,
School of Interdisciplinary Mathematical Sciences, Meiji University.
Meiji Institute for Advanced Study of
Mathematical Sciences (MIMS), Meiji University.

概要

生物は細胞レベルから個体群に至るまで、自発的な運動と要素間の相互作用から多様な集団挙動を生み出している。このような集団運動は生き物に限らず、自発的に運動する素子には普遍的に表れる。ここでは、単純な自己駆動粒子として樟脳粒・樟脳船に着目し、その集団に現れる時空間ダイナミクスについてまとめる。

1 はじめに

生物の群れや集団は、単体では見られないような多様な時空間パターンや機能を生み出すことがある。例えば、バクテリアコロニーの雁木模様や蟻の行列、魚の渦玉、鳥の V 時飛行などがよく知られている [1]。このような集団運動がどのような機構で生み出されるのかを明らかにするために、理論的・数理的な研究が盛んに行われている。よく知られる Vicsek モデルのように、個体同士に単純な相互作用だけでも、個体数密度の増加に伴って

〒164-8525 東京都中野区中野 4-21-1
e-mail: suematsu@meiji.ac.jp

表 1 樟脳粒・樟脳船にみられる多様な運動様相

	1 次元水路（特に断りのない限り、円環水路）		2 次元水相	
	粒	船	粒	船
単 体	連続運動	連続運動 [4]	連続運動 [5]	連続運動
	往復運動 [6] （直線水路）	振動運動 [7] －メモリー効果－ [8]	－方向制御－ （楕円粒 [9]） （勾玉粒 [10]） －閉軌道－ [12] （正方形水相）	振動運動 [11][13] —
二 体	フェーズロック [14] 振動運動 [14] 往復運動 [14]	フェーズロック [15] 振動運動 [15]	クラスター形成 [16] 往復運動 [17]	 —
多 体	たまつき運動 [18] 渋滞 [18]	自由流 [19] 渋滞 [19]	パターン形成 [16][20] リズム運動 [21]	—

多様な時空間パターンが生まれることが明らかにされてきている [2]。その一方で、自己駆動粒子と呼ばれる無生物の実験系を使った集団運動の研究も発展してきており、多様な時空間パターンが報告されている [3]。無生物系では単体の運動挙動や個体間の相互作用が比較的単純で、かつ実験的に検証しやすいことから、理論の構築と検証を行えるという利点がある。

ここでは、無生物系の自己駆動粒子の代表例として、樟脳粒・樟脳船に着目し、その集団に現れる時空間ダイナミクスについて、これまでのいくつかのグループで行われてきた研究について紹介する。樟脳を使った自己駆動系は盛んに研究されており、これまでに、数多くの特徴的な挙動が報告されている（表 1）。そこで、まず初めに、樟脳粒の運動機構およびそれを説明する数理モデルを紹介し、続いて、主に水相の形状に着目して、1 次元円環水路と 2 次元円形水相に分けて、樟脳粒および樟脳船の集団挙動についてまとめてみよう。

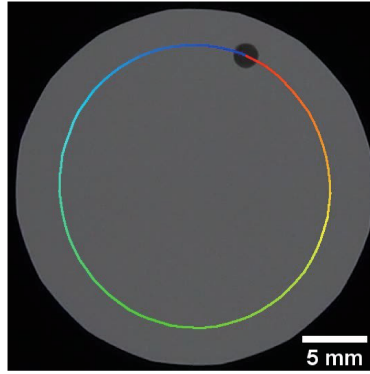


図1 樟脳粒の運動の軌跡。グレーの領域が水相で、上部にある黒い円が樟脳粒を示している。軌跡は樟脳粒の右回転の運動を示している（1 s）。壁に沿って円形に動いている様子が見て取れる。

2 樟脳粒の自律運動

樟脳粒は水面を自発的に動き回る自己駆動粒子の一つである。円形の水相に円板状の樟脳粒を一つ浮かべると、（水相の大きさや粒の形状にも依存するが）樟脳粒は壁に沿って一定の速度で運動する（図1）。このような運動が自発的に現れる機構は、現象論的に次のように考えることができる [22]。

樟脳粒が水面に置かれると、樟脳分子が水面に展開し、粒周辺の表面張力を低下させる。もしこの表面張力の低下が、粒の周辺で完全に等方的に起きていれば、粒にかかる表面張力はバランスを保って、運動は起こらない。しかし、実際には粒周辺の樟脳濃度や表面張力の大きさにはゆらぎがある。この小さな表面張力差によって粒は張力の強い方に引張られる。この小さな摂動が、粒周辺の樟脳濃度の異方性を増幅させるように働くとき、正のフィードバック機構によって摂動は増幅され、やがて巨視的に観察可能な粒の運動が誘起されることになる。

次に、この現象論的な説明に基づいて構築される数理モデルを考えよう。ここでは簡単のために、空間1次元上を動く樟脳粒の数理モデルについて紹介する [23]。まず、樟脳粒の運動を考えているので、粒に働く力を用いて次のような Newton の運動方程式を立てる。

$$m \frac{d^2 x_c}{dt^2} = -\mu \frac{dx_c}{dt} + l(\gamma(u(x_c + r, t)) - \gamma(u(x_c - r, t))) \quad (1)$$

ここで、 x_c は粒の中心座標、 m は粒の質量、 t は時間、 μ は摩擦係数、 l は奥行き方向の粒の大きさ（水面と粒との接触線の長さ）、 r は粒の半径、 u はしょうのう濃度、 $\gamma(u)$ は樟脳濃度に依存した表面張力を示している。右辺第一項は摩擦による抵抗力を、第二項は粒の周辺に働く表面張力の差が駆動力となっていることを示している。この右辺第二項の表面張力を表す関数は樟脳濃度 u の関数になっている。この樟脳濃度を決めるために、次のような反応拡散方程式を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ku + S(x_c; r) \quad (2)$$

ここで、 D は実効的な拡散係数、 k は気相中への昇華速度と水相中への溶解速度の和、 $S(x_c; r)$ は粒から水面へのしょうのう分子の供給速度をそれぞれ表している。ここで、未定義の式が2つ残っている。一つは表面張力関数 ($\gamma(u)$)、もう一つは供給項 ($S(x_c; r)$) である。これらの関数は複数の候補が提案されているため、ここでは代表的なものを2つずつ紹介する。

表面張力と樟脳濃度の関数は、次に示すような線形近似したものと Hill 関数を用いたものがよく使われる。

$$\text{線形} \quad \gamma(u) = \gamma_0 - \Gamma u \quad (3)$$

$$\text{Hill 関数} \quad \gamma(u) = \frac{\gamma_0 - \gamma_1}{(\beta u)^n + 1} + \gamma_1 \quad (4)$$

樟脳水溶液の表面張力はすでに複数の研究者により測定されているが、それはバルクの樟脳濃度と表面張力の関係であり、表面濃度 u と表面張力 γ の関係ではないことに注意しなければならない。しかし、低濃度領域ではバルクの濃度と表面濃度が比例関係が成り立つので、この違いに注意を払わずに使うことができるだろう [24] [25]。数 mM のしょうのう濃度水溶液（バルク濃度）の濃度領域では、表面張力はほぼ線形に減少しており、線形近似の関数形が適切のように見える [25]。しかし、横軸（バルク濃度）に対数軸をとると、ごく低濃度の領域に張力の変化しない領域があり、この領域の影響を考慮する場合には Hill 関数が適していると考えられる [23]。この関数形の取り方によって、この後紹介する複雑な挙動をどこまで説明できるかが変わってくるが、その詳細については本稿では触れないことにする。

次に樟脳粒から水相への、樟脳分子の供給速度を定義しよう。これは、主に2種類の関数がよく使われる。一つは、粒の底面からの溶解も考慮した関数で、矩形波を用いて粒の存在する領域では一定速度 s_0 で供給され、それ以外では供給されない ($S = 0$) と定義される。一方で、底面からの溶解を無視し、粒と水面の接触線からの供給のみを考えた関数

も使われる。つまり、デルタ関数を用いて、粒と水面の接触点でのみ値を持つように定義する。

$$\text{矩形波} \quad S(x_c; r) = \begin{cases} 1 & |x - x_c| \leq r \\ 0 & |x - x_c| > r \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{デルタ関数} \quad S(x_c; r) = \delta(x_c + r - x) + \delta(x_c - r - x) \quad (6)$$

これで2つの微分方程式1、2は閉じた式となる。この連立微分方程式を数値的に解くと、あるパラメータ領域では粒の定常的な運動が誘起される。その時の樟脳濃度プロファイル（図2）を基にして、運動の機構を改めて見直してみよう。初期には粒周辺の樟脳濃度は左右対称になっていて、樟脳粒周辺の濃度が高くなっていることが見て取れる。しかし、十分に時間が経過すると、やがて止まった状態が不安定になり、定常的な運動が誘起される。このときの樟脳濃度プロファイルを見ると、粒の左右で濃度勾配が異なることがわかる。つまり、何らかの摂動によって粒が動くと、それに伴って進行方向側の濃度プロファイルの勾配が急になり、反対側は緩やかになる。そのため、進行方向側の方が粒周辺の樟脳濃度が低くなり、表面張力が高くなる。その結果、進行方向側に駆動力が働くことになるため、粒はより進行方向側に加速される。このように、正のフィードバック機構が働くことで、粒は自発的に対称性を破って定常的な運動を誘起する。

3 1次元円環水路における集団パターン

樟脳は粒または船の周辺に樟脳分子を広げ、その濃度プロファイルに依存した駆動力を得て動いている。そのため、複数の樟脳粒・樟脳船があると、この樟脳濃度場を介して相互作用することができる。ここでは、粒・船の大きさと同程度の、細い幅の円環水路（空間1次元、周期境界条件）において観察される、樟脳粒および樟脳船の集団運動についてみてみよう。

3.1 樟脳粒の集団パターン

円環水路に2つの樟脳粒を浮かべると、水路の長さを分岐パラメータとして、複数の運動モードが現れることが、実験および数値計算で示されている[14]。西らは、周期境界条件で、式1, 2, 4, 5を用いて2体の樟脳粒の運動モード解析を行った。ただし、式1は2つの粒にそれぞれに式を立て、式2の右辺第三項は2つの粒からの供給をそれぞれ足し合わせる形で定義している。数値計算の結果、対称性の違いなどによって、詳細に運動モードの分類が行われている。ここでは、本質的な傾向を理解することを目的として、大

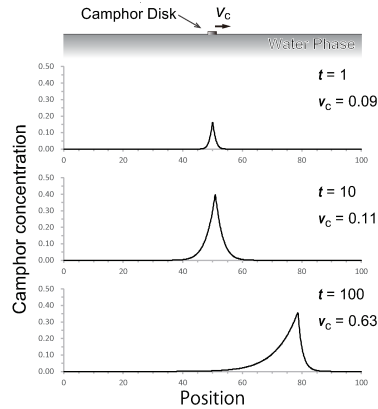


図2 樟脳粒の自律運動に伴う粒周辺の樟脳濃度プロファイルの数値計算結果。樟脳粒の運動に伴って、濃度プロファイルの対称性は破れる様子が見られる ($t = 100$)。この対称性の破れによって樟脳粒にかかる表面張力に空間的な勾配ができ、これが粒の駆動力となる。数値計算は式 1, 2, 4, 5 を用いて行った。各パラメータは、 $m = 1, \mu = 0.05, \beta = 1, \gamma_1 = 2, k = 0.1, r = 0.2$ とした。

きく3つに分類して紹介しよう。詳細な分類に興味がある場合には原著論文を参照されたい [14]。大別した3つの運動モードとは、(a) 連続運動、(b) 往復運動、(c) 振動運動である (図3)。連続運動では、2つの粒は同じ方向に動き続ける。このとき、粒の間に働く相互作用により、2つの粒はある一定の距離を保って運動する (図3a-1)。水路の長さが十分に短いときには、2つの粒は水路の反対側に位置した状態を保つ (図3a-2)。 μ の値が高いとき、水路の長さが短いとき、粒は停止するか、臨界値よりも長い水路では連続運動が現れる。 μ がある程度低い値になると、距離が一定に保たれる連続運動のほかに、距離が時間的に振動するモード (ただし運動方向は一定) や (図3c)、運動の向きの反転が時間周期的に表れる往復運動などがみられる (図3b)。ここでは詳細には触れないが、特に連続運動に関しては、移動座標系に変換することで、解析的に安定性の議論が行われている [14]。

これらの運動モードの分岐現象は、実験的にも確認されている [14]。 μ の値は一定にして、水路の長さを変えることで、連続運動、往復運動、振動運動が現れることが認められている。実験では、直径 10 mm の円板状の樟脳粒を2つ、幅 20 mm の水路に浮かべて運動を観察している。円環水路の内径が長いとき (60 mm 以上) 連続運動が現れる。数値計算で示されているように、内径が短いときには2つの粒は水路の反対側に位置し、内径が長いときには水路の一部で一定の距離を保って運動する様子が認められる。内径を短

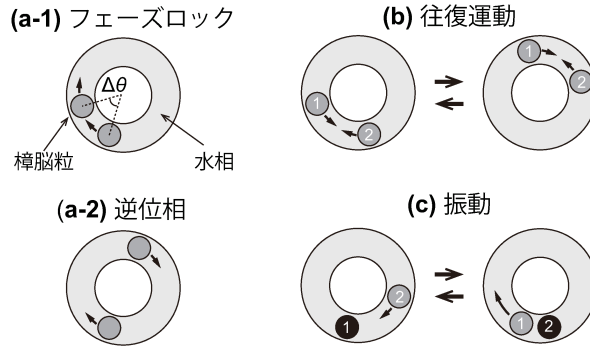


図 3 2つの樟脳粒を円環水路に浮かべた時に現れる3種類の運動モードの模式図。

くして 30 mm にすると、運動方向の反転が繰り返される往復運動が現れる。さらに内径を短くして 20 mm にすると、運動方向が一定で、2 体間の距離が振動する様子が見られる。このとき特に、一方の粒が動いているときには他方は止まっていて、運動と停止が繰り返されるという特徴的なモードが観察されている。

2 粒子系で認められた多様な運動モードは、多粒子系に拡張しても認められる。Eric らは粒子数（粒子密度）と摩擦係数を分岐パラメータに選んで数値計算を行い、多粒子系における運動モードの相図を作成した [26]。ここで、表面張力関数は 2 次の Hill 関数（式 4）を、しょうのうの供給項は矩形波（式 5）を用いている。運動モードは大きく次の 3 つに分けられる。(i) 停止、(ii) 往復運動、(iii) 一方向運動。粒子密度によって分岐点の違いはあるが、基本的には摩擦係数 μ が大きい条件で停止がみられ、 μ の低下に伴ってまず往復運動が現れ、最後に一方向運動が現れる。2 粒子系の結果と比較すると、(ii) 往復運動は往復運動（図 3b）と、一方向運動は振動運動（図 3c）とそれぞれ対応していると考えられる。摩擦係数を分岐パラメータとしたときに発現する順序や運動様相の簡単な比較から、2 粒子系と多粒子系の結果の対応を推察することは容易であるが、正確な比較と詳細な検討が今後の課題として残されている。

多粒子系の実験は井倉らによって報告されている [18]。彼らは非常にシンプルな実験系を確立し、擬一次元円環水路におけるしょうのう粒の多粒子系の実験を行った。水路は、テフロンシートの上に円環状に切り出した OHP フィルムを乗せ、その上に水を注いで用意した。OHP フィルムとテフロンシートの水の接触角の違いにより、水は OHP フィルムの上にとどまる。しょうのう粒は、ろ紙をしょうのう/メタノール溶液にしばらく浸し、使用直前に溶液から取り出して乾燥させ（メタノールを飛ばし）たのち、円形に切り出す

ことで作成した。このようなシンプルな実験系を用いて、1～14個のしょうのう粒を水路に浮かべて、運動様相を観察した。その結果、(i) 玉つき運動と (ii) 渋滞の2種類の集団運動を観察した。玉つき運動では、ほとんどのしょうのう粒が等間隔の配置で停止しており、1つの粒子だけがその間を運動している。この運動している粒が停止している粒に衝突すると、衝突された粒子が運動を始め、衝突した方の粒子は停止する。これが繰り返される。これは、2粒子系で見られた往復運動の極端に非対称なケースであると考えられる。次に渋滞では、ほとんどの粒子が停止している点では玉つきと同じであるが、停止している粒子は密に詰まっていて、粒子間距離はほとんどない（渋滞）。そして、疎になった空間を少数の粒子が運動する。内径 50 cm、水路幅 20 cm の円環水路に直径 10 mm のしょうのう粒を複数浮かべた場合、8 粒子までは玉つき運動のみが観察され、9～13 粒子では玉つきと渋滞の両方が観察されている [18]。

3.2 樟脳船の集団パターン

樟脳粒をプラスチック製の船（OHP フィルム）に接着したものを樟脳船と呼んでいる。ここでは特に、船の端に樟脳船を接着した非対称なものに着目しよう。上の章で議論してきた樟脳粒は対称な円形であったため、運動方向はゆらぎや初期条件に依存していた。それに対して樟脳船は、その構造の非対称さゆえに、運動方向が構造によって決められている。OHP フィルムは樟脳分子の水面展開を阻害するため、樟脳粒の接着している領域だけが表面張力が低下する。そのため、樟脳船は粒の接着されている側を後ろにして進むことになる。また、樟脳分子の展開が後方に限られていることで、多粒子系における相互作用が一方向的（後方の船にのみ一方的に影響を及ぼす）であることが、前章で述べた樟脳粒の系と異なる点である。

このような運動方向の決まった樟脳船を一次元円環水路に浮かべた時に起こる集団運動について、いくつか報告されている。小平らは、テフロン板を用いて円環水路（内径：15.0 mm、幅：5 mm、深さ：2 mm）を作成し、2 隻の樟脳船を浮かべて運動を観察した [15]。2 隻の船が一定の距離を保って運動する「フェーズロックモード」と、近づいたり遠ざかったりを繰り返す「振動モード」の2種類の運動モードが観察された。これらの運動モードは水温に依存しており、低温（15℃）ではフェーズロックモードが、高温（25℃）では振動モードが認められた。また、フェーズロックモードにおける船の間の距離は、2 隻の船の固有の速さの比に比例して大きくなることが示されている。

これらの実験結果は、数理モデルを用いて再現されている。そこでは、表面張力関数として1次の Hill 関数を、供給項として矩形波を用いている。実験における運動モードの温

度依存性を説明するために、数理モデルでは昇華速度を分岐パラメータとして運動モードの解析を数値的に行っている。昇華速度が低いときはフェーズロックモードが、高いときは振動モードがみられており、これは実験観察の結果と定性的には対応する。ただし、実際には温度に依存するのは昇華速度だけではなく、表面張力や溶解速度、拡散係数など、あらゆる変数が温度に依存して変化することは注意が必要である。

このような運動モードの分岐現象は、船の個数を分岐パラメータとしても確認することができる。我々は大さの異なる2つのシャーレを重ねることで水路長 455 mm の円環水路（深さ 5 mm）を用意し、複数（1～51）の樟脳船を浮かべて、船の運動モードの個数依存性を調べた [19]。船の個数が少ないときは、フェーズロックモードが現れ、各船は一定の速度で運動し、船間距離も時間的に一定に保たれた。ただし、船の個数が少ないときには、船間距離は等間隔になるとは限らず、初期条件に依存して異なる間隔で一定に保たれる様子も観察された。船の個数が増えると、ほぼ等間隔に船が並ぶようになり、振動に対しても等間隔の配置は安定であった。船の個数をさらに増やし、35隻を超えると等間隔な状態は不安定化し、船間の間隔が詰まった密な領域と疎な領域が現れた。そこでは、まるで車の渋滞のように、密な領域の先頭の船が加速して疎な領域を通過し、密な領域の最後尾に付くことが繰り返された。密な領域では遅く、疎な領域では速く動くため、各船の速度の時間変化をみると、振動していた。これは2隻における振動モードに対応する。これらの運動モードは、車の渋滞現象と対応させて、船が一定速度で動く運動モードを「自由流」、速さが時間的に振動するモードを「渋滞流」と呼ぶことがある。また、自由流の安定性は水相の粘度に依存することが実験的に確認されている。水相にグリセリンを混ぜて粘性係数を2倍、10倍と高くすると、純水では渋滞流が認められた40隻の船が自由流を示した [19]。つまり、摩擦係数が高いときには自由流の安定性が増すということを示している。さらに、第三の運動モードとして、何隻かが固まって動く「クラスターモード」が観察されている。クラスターモードでは、渋滞の先頭から抜けるときに1隻ずつではなく複数の船が塊となって加速し、渋滞の最後尾につくことを繰り返す。このような運動モードは、水温を上げた時によく観察された [28]。

ここで紹介した樟脳船の集団において観察された結果は広く認められ、例えば自己駆動粒子の数理モデルでも報告されている [27]。また、樟脳船の数理モデルを用いて、より実験にそくした解析もなされている [19][28]。表面張力関数としてはハイパボリックタンジェント、供給項はデルタ関数を用いられている [19]。

$$\gamma(u) = \frac{1}{2}(\gamma_w - \gamma_c) \tanh(u^* - u) + \frac{1}{2}(\gamma_w + \gamma_c) \quad (7)$$

ここで、 γ_w は水の表面張力、 γ_c は飽和の樟脳水溶液の表面張力、 u^* は正定数である。一

次元空間で数値計算を行った結果、20 隻では自由流が現れたが、30 隻では渋滞流が現れた。また、この分岐現象は粘性係数をパラメータとしても認められ、40 隻の船で粘性係数を高くすることで、渋滞流から自由流への分岐が認められている。これは実験結果をよく再現している。このような数値計算による再現に加えて、等間隔状態の安定性解析も行われている。樟脳濃度の時間変化が樟脳船の運動に対して十分に速いという条件を課すと、集団パターンが変わるような時間スケールにおいては常に樟脳濃度プロファイルは船の移動速度によって決まる定常状態に収束していると考えられる。その定常状態のプロファイルを考えよう。簡単のために、船 1 隻の場合から考えると、一定速度 v_0 で移動する船の後方に形成される樟脳濃度プロファイルは、移動座標系において次のように表すことができる [25]。

$$\hat{u}(x') = \frac{\alpha}{\sqrt{v_0^2 + 4kD}} \exp \left[-\frac{\sqrt{v_0^2 + 4kD} - v_0}{2D} |x' - x'_0| \right] \quad (8)$$

このような指数関数的に減少するプロファイルであることは、藤波らの表面張力測定の結果とも整合性が取れている [29]。ここで、緩和距離 $\lambda = \frac{2D}{\sqrt{v_0^2 + 4kD} - v_0}$ が船間距離よりも十分に短いとき、各船はひとつ前の船の影響だけを受けることになり、多粒子系においても船の駆動力は自身の移動速度とひとつ前の船との距離だけで決まる関数となる。式 8 で表される樟脳濃度 $\hat{u}(x_{i+1} - x_i)$ は i 番目の船の先頭における樟脳濃度を表しており、船の後方の樟脳濃度は $u_0 = \frac{\alpha}{\sqrt{v_0^2 + 4kD}}$ で一定だとすると、運動方程式 1 は表面張力関数 7 を利用して次のように書くことができる。

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = -\mu v + \frac{1}{2}(\gamma_w - \gamma_c) [\tanh(u^* - \hat{u}(x_{i+1} - x_i, t)) + 1] \quad (9)$$

これは、交通流の分野でよく知られる Optical Velocity (OV) model とよく似た形になっていることがわかる。OV モデルでは、車間距離 $(x_{i+1} - x_i)$ に応じた適切な速さが一意に決められていて、その適切な速さに緩和していく時定数を応答度と呼んでいる。樟脳船の集団運動の場合、OV モデルにおける応答度に対応するのは、式 9 の右辺第一項にある摩擦係数 μ である。OV モデルについては、等間隔に車が並んで一定速度で動く解の線形安定性解析がなされている [30][31]。その解析結果のアナロジーで樟脳船の自由流の安定性を考えると、応答度（摩擦係数）がある程度小さい領域では、車間距離がある臨界値を下回ると自由流が不安定化して渋滞流が現れる。そして、さらに車間距離を短くするともう一度自由流の安定性が回復することも予想される。この結果は樟脳船の実験においても確認されている。また、応答度が高くなると自由流が不安定化する領域は狭くなり、ある臨界値以上ではあらゆる車間距離で自由流が安定になることが示されている。この結果

は、樟脳船の集団運動において、水相の粘性を増加させることで渋滞流が自由流に分岐したことをよく説明している。このように、樟脳濃度の時間変化が十分に速いという条件の下では、実験で観察されている樟脳の集団運動の分岐現象を線形安定性で理解することができる。

4 2次元円形水相における集団パターン

円環水路においては樟脳粒・樟脳船の運動方向が2方向に制限されており、追い抜きやすれ違いなども制限されていたために、運動モードは比較的制限されていた。この章では、円形水路に着目し、運動方向の自由度が高い状態での集団運動についてまとめる。生物でみられる群れ運動は、一般的には2次元か3次元の空間における、各個体の運動方向の自由度が高い状態で現れる。樟脳粒を用いて、集団で形成される空間パターンやリズム現象が報告されているので、ここでまとめてみよう。

4.1 樟脳粒集団のパターン形成

Soh らは樟脳粒の集団が形成する空間パターンについて報告している [20]。彼らは寒天ゲルシートに樟脳を含侵させて、円形にくりぬくことで樟脳粒（直径：1 mm、厚さ：0.5 mm）を作成し、水相（直径：40 mm、水深：5 mm）に浮かべた。1 個の樟脳粒は連続的に一定の速度で運動していた。樟脳粒の数が増えると平均の速度が低下し、7 個程度の粒を浮かべた時には、各樟脳粒の運動方向がそろうようになった。さらに樟脳粒の数を増やすと、粒の運動は止まり、粒は等間隔に並んだ。樟脳粒の周辺は樟脳濃度が高いため、2 粒の樟脳が近づくと駆動力が下がり、斥力のような相互作用が働く。したがって、多数の樟脳粒を浮かべた時に等間隔の配置に並ぶのは自然なことである。しかし、そこでは流体的な相互作用を無視している。実際には、樟脳粒周辺には樟脳濃度勾配が作り出すマランゴニ流が現れるため [32][33]、粒同士の相互作用を考える際には、流体的な相互作用まで考慮する必要がある。マランゴニ流の大きさが水相の深さに依存するために、この流体効果を踏まえると、樟脳粒同士の相互作用は水相の深さに依存することになる。Soh らは、流体を含めた数理モデルを構築し、2つのロッド状の粒子の間に働く力を数値的に求めた [16]。数値計算の結果、相互作用の強さは粒子間距離に依存しており、距離が非常に近いときは強い斥力が働き、距離が離れるほど力は弱くなった。水深が十分に深いとき（1.8 mm 以上）、相互作用は常に斥力で、力の大きさは単調に減少した。しかし、ある適切な深さでは（1.4-1.6 mm）では、力の強さは距離の増加に伴い減少し、臨界距離を超えると

引力に変わり、極値を迎えて相互作用力ゼロに漸近した。彼らは実際に、1.4-1.8 mm の水深の水相（90 mm シャーレ）を用意し、複数の樟脳粒を浮かべて形成されるパターンを観察した。その結果、樟脳粒が1-2 mm 程度の距離を保って集合体を形成する様子が観察された [16]。

4.2 樟脳粒のリズム現象

Soh らが示したように、水深の浅い条件では粒子間距離に応じて引力と斥力の両方が現れて力の釣り合う距離があるため、粒子が等間隔に並んでクラスターを形成するという空間パターン形成現象が現れる。しかし、この条件では水中に溶け出す樟脳が水相全体の表面張力を低下させてしまうため、粒の運動性は著しく低下する。そこで我々は、水中に溶け出す樟脳分子の影響を極力抑えるため、大きな水槽（縦：140 mm、横：140 mm、深さ：32 mm）を用意し、その水面に穴の開いたテフロンシート（直径：40 mm の円）を浮かべることで、樟脳粒の運動領域だけを制限した水相を用意した。このように、大きな水相を用意することで、水中に溶け出した樟脳分子による駆動力の低下が抑えられる。水面の樟脳濃度は、数理モデルで考えているように、粒からの溶け出しによる供給と昇華・溶解による消費のバランスで決まることになり、ある程度多くの粒を浮かべても駆動力が維持されるようになる。このような条件の水相に、寒天ゲルで作成した樟脳粒（直径：2 mm、厚さ：0.5 mm）を複数個浮かべて、運動の様子を観察した [21]。その結果、少数（9個以下）の場合には樟脳粒は連続的に運動し、その運動速度はほとんど粒の数に依存せずに一定であった。また、粒の運動方向がそろうような現象は認められず、それぞれの粒がランダムに運動していた。さらに粒子数を増やして11個以上になると、粒の駆動力は劇的に低下し、ほとんど動かなくなった。しかし、数秒～数十秒に一度の割合で、粒が突然、急激に動きく様子が観察された。動き出した粒は数秒以内に駆動力を失い、再び停止した。ここで、粒子数が少ないときの運動を「連続運動」、停止と急加速を繰り返す運動を「間欠運動」と呼ぶことにする。粒子数が増えると、急加速の時の速度がどんどん低下し、38個以上ではほとんど運動が観察されなくなった。これを「停止」と呼ぶことにする。これらの運動モードの分岐現象を引き起こす物理パラメータを明らかにするために、粒子の大きさを変えて（直径：2, 3, 4, 8 mm）、それぞれの大きさの粒が連続運動から間欠運動に分岐する臨界個数を調べた。単純に考えると、粒の面積分率（粒の断面積の総和/水相の表面積）で運動モードが決められると予想されるが、実験結果は異なっていた。実験の結果、粒の周長の総和が運動モードを決めていることが明らかになった。これは、水中への溶け出しの寄与を制限したために、水面への樟脳分子の供給がほとんど粒と

水相の接触線で行われていることが原因であると考えられる。

これらの実験結果は、間欠運動が粒の駆動力の低下によって引き起こされることを示唆しているが、現時点では明確な機構は明らかになっていない。また、数理モデルを用いた計算でも、間欠運動は再現できていない。この自己駆動粒子の集団に現れるリズム現象の発生機構の解明は今後の課題として残っている。

5 まとめ

生き物のように動き回る自己駆動粒子は、その運動機構の単純さゆえ、よいモデル実験系としてとらえられ、様々な実験的・数値的研究が行われている。特に本稿では、水面を動き回る樟脳粒・樟脳船に焦点を絞り、その運動機構の現象論的説明および数理モデルを紹介を行った。それらを用いて、近年盛んに研究されている集団運動について、運動場の条件（一次元か二次元か）および運動素子の対称性（樟脳粒か樟脳船か）に着目して整理した。ここで紹介したように、興味深い実験結果が多数報告されているが、まだ機構の解明されていない現象も多く残されている。今後、これらの現象の機構解明を通して、自己駆動粒子の集団運動の研究が発展することを期待する。

参考文献

- [1] T. Vicsek and A. Zafeiris, *Phys. Rep.* 517, 71 (2012).
- [2] T. Vicsek, A. Czirok, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shockert, *Phys. Rev. Lett.* 75, 1226 (1995).
- [3] S. Nakata, M. Nagayama, H. Kitahata, N. J. Suematsu, T. Hasegawa, *Phys. Chem. Chem. Phys.* 17, 10326-10338 (2015).
- [4] S. Nakata, M. I. Kohira, and Y. Hayashima, *Chem. Phys. Lett.* 322, 419-423 (2000).
- [5] S. Nakata and Y. Hayashima, *J. Chem. Soc., Faraday Trans.* 94, 3655 (1998).
- [6] Y. Koyano, T. Sakurai, and H. Kitahata, *Phys. Rev. E* 94, 042215 (2016).
- [7] S. Nakata, M. Yoshii, Y. Matsuda, and N. J. Suematsu, *Chaos* 25, 064610 (2015).
- [8] S. Nakata, M. Hata, Y. S. Ikura, E. Heisler, A. Awazu, H. Kitahata, and H. Nishimori, *J. Phys. Chem. C*, 117, 24490-24495 (2013).
- [9] H. Kitahata, K. Iida, and M. Nagayama, *Phys. Rev. E* 87, 010901(R) (2013).
- [10] S. Nakata, Y. Iguchi, S. Ose, M. Kuboyama, T. Ishii, and K. Yoshikawa, *Lang-*

- muir 13, 4454-4458 (1997).
- [11] S. Nakata, M. Hata, Y. S. Ikura, E. Heisler, A. Awazu, H. Kitahata, and H. Nishimori, J. Phys. Chem C 117, 24490-24495 (2013).
 - [12] T. Miyaji, Physica D 340, 14-25 (2017).
 - [13] N. J. Suematsu, Y. Ikura, M. Nagayama, H. Kitahata, N. Kawagishi, M. Murakami, and S. Nakata, J. Phys. Chem. C 114, 9876-9882 (2010).
 - [14] K. Nishi, T. Ueda, M. Yoshii, Y. S. Ikura, H. Nishimori, S. Nakata, and M. Nagayama, Phys. Rev. E 92, 022910 (2015).
 - [15] M. I. Kohira, Y. Hayashima, M. Nagayama, and S. Nakata, Langmuir 17, 7124-7129 (2001).
 - [16] S. Soh, M. Branicki, and B. A. Grzybowski, J. Phys. Chem. Lett. 2, 770-774 (2011).
 - [17] S. Nakata, T. Miyaji, T. Ueda, T. Sato, Y. S. Ikura, S. Izumi, and M. Nagayama, J. Phys. Chem. C 117, 6346-6352 (2013).
 - [18] Y. S. Ikura, E. Heisler, A. Awazu, H. Nishimori, and S. Nakata, Phys. Rev. E 88, 012911 (2013).
 - [19] N. J. Suematsu, S. Nakata, A. Awazu, and H. Nishimori, Phys. Rev. E 81, 056210 (2010).
 - [20] S. Soh, K. J. M. Bishop, and B. A. Grzybowski, J. Phys. Chem. B 112, 10848-10853 (2008).
 - [21] N. J. Suematsu, K. Tateno, S. Nakata, and H. Nishimori, J. Phys. Soc. Jpn. 84, 034802 (2015).
 - [22] A. S. Mikhailov and V. Calenbuhr, *From Cells to Societies* (Springer, New York, 2006) 2nd ed., Chap. 3.
 - [23] M. Nagayama, S. Nakata, Y. Doi, and Y. Hayashima, Physica D 194, 151-165 (2004).
 - [24] C.-H. Chang, E. I. Franses, Colloids Surf., A 100, 1 – 45 (1995).
 - [25] N. J. Suematsu, T. Sasaki, S. Nakata, and H. Kitahata, Langmuir 30, 8101-8108 (2014).
 - [26] E. Heisler, N. J. Suemastu, A. Awazu, and H. Nishimori, J. Phys. Soc. Jpn. 81, 074605 (2012).
 - [27] A. Czirok, A.-L. Barabasi, and T. Vicsek, Phys. Rev. Lett. 82, 209-212 (1999).
 - [28] E. Heisler, N. J. Suemastu, A. Awazu, and H. Nishimori, Phys. Rev. E 85,

- 055201(R) (2012).
- [29] Y. Karasawa, S. Oshima, T. Nomoto, T. Toyota, and M. Fujinami, *Chem. Lett.* 43, 1002-1004 (2014).
 - [30] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, *Phys. Rev. E* 51, 1035 (1995).
 - [31] T. S. Komatsu and S. I. Sasa, *Phys. Rev. E* 52, 5574 (1995).
 - [32] H. Kitahata, S. Hiromatsu, Y. Doi, S. Nakata, and M. R. Islam, *Phys. Chem. Chem. Phys.* 6, 2409-2414 (2004).
 - [33] Y. Matsuda, N. J. Suematsu, H. Kitahata, Y. S. Ikura, and S. Nakata, *Chem. Phys. Lett* 654, 92-96 (2016).